Algoritmo di Horner per la conversioni   da base b → a base 10

Dato un numerale in una certa base (es: 1001_2 numerale in base 2 di 4 cifre), si può calcolare il numero decimale da questi rappresentato con semplici operazioni di prodotto per la base e somma (<u>senza calcolare tutte le potenze della base</u> necessarie alla conversione) utilizzando l'**algoritmo iterativo di Horner** che opera a partire dalla cifra più significativa (a sinistra) fino a quella meno significativa (a destra, le unità).

Ad esempio, per il numerale 1001_2 lo ***sviluppo in somme di prodotti*** delle cifre moltiplicate per le potenze di 2 con esponente uguale alla posizione occupata dalla cifra è il seguente:

$1001_2 = 1*2^0 + 0*2^1 + 0*2^2 + 1*2^3$ (da cui risulta: $= 1*1 + 0*2 + 0*4 + 1*8 = 1+8 = \mathbf{9_{10}}$)

A partire dallo ***sviluppo in somme di prodotti***, mettendo progressivamente in evidenza la base **2**, si arriva allo sviluppo di Horner:

$$\mathbf{1001_2} = 1*2^0 + 0*2^1 + 0*2^2 + 1*2^3 =$$
$$= 1 \quad + 2*(0 + 0*2^1 + 1*2^2) =$$
$$= 1 \quad + \mathbf{2}*(0 + \mathbf{2}*(0 + 1*2))$$ ← **sviluppo di Horner**

(da cui risulta: $= 1 \quad + 2*(0 + 2*2) \quad = 1 \quad + 2*4 \quad = 1 + 8 \quad = \mathbf{9_{10}}$)

In generale, per un numerale binario di 4 cifre, dette $\mathbf{c_i}$ le cifre di posto **i** relative alle potenze i-esime di **2**, le formule precedenti diventano:

$$(c_3c_2c_1c_0)_2 = c_0*\mathbf{2}^0 + c_1*\mathbf{2}^1 + c_2*\mathbf{2}^2 + c_3*\mathbf{2}^3$$
$$= c_0*\mathbf{1} + \mathbf{2}*(c_1 + c_2*\mathbf{2}^1 + c_3*\mathbf{2}^2)$$
$$= c_0 \quad + \mathbf{2}*(c_1 + \mathbf{2}*(c_2 + c_3*\mathbf{2}))$$ ← **sviluppo di Horner**

In altre parole, indicando con **dec** il valore decimale che si vuole calcolare per un numerale di **4 cifre**, si deve procedere nei calcoli dalla **parentesi più interna** come segue:

con **3 iterazioni**, inizializzando **dec** alla cifra più significativa:

dec ← c_3
dec ← dec*2 + c_2
dec ← dec*2 + c_1
dec ← dec*2 + c_0

oppure, inizializzato **dec** a zero (dec ← 0), si può procedere con **4 iterazioni**

dec ← dec*2 + c_3 (perché dec*2 vale zero)
dec ← dec*2 + c_2
dec ← dec*2 + c_1
dec ← dec*2 + c_0

Lo **sviluppo di Horner** per un numerale di **8 cifre** in una qualsiasi base **b** è il seguente:

$$(c_7c_6c_5c_4c_3c_2c_1c_0)_2 = c_0 + \mathbf{b}*(c_1 + \mathbf{b}*(c_2 + \mathbf{b}*(c_3 + \mathbf{b}*(c_4 + \mathbf{b}*(c_5 + \mathbf{b}*(c_6 + c_7*\mathbf{b}))))))$$

e l'**algoritmo di Horner** per le basi da 2 a 9 in PseudoCodifica può essere il seguente:

```
//-------------------- input e controllo della base b
ESEGUI
        LEGGI (b)
RIPETI MENTRE (b < 2    OR    b > 9)
//-------------------- input e cntl del numero cifre
ESEGUI
        LEGGI (numcifre)
RIPETI MENTRE (numcifre < 1  OR   numcifre > 8)
dec ← 0
i    ← 0
ESEGUI MENTRE (i < numcifre)
//-------------------- input e cntl delle cifre
        ESEGUI
                LEGGI (cifra)
        RIPETI MENTRE (cifra < 0   OR   cifra >= b)
        dec ← dec*b + cifra
        i ← i + 1
RIPETI
SCRIVI (dec)
```

prof.ssa P.Grandillo