

OII - Problema C9.2008.9.M
 (pag.34 - Materiale didattico 2012 - versione C)

Difficoltà: media

Classificazione: concetti di base

Parole chiave: ricorsione, if-then-else

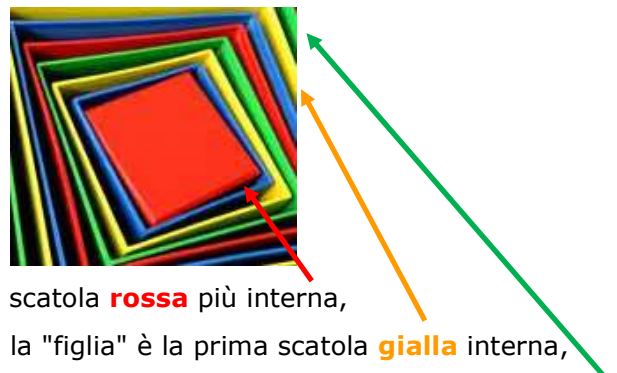
Si consideri la seguente funzione:

```
int ric( int x ){
    if (x == 1)
        return x;
    else
        return ric( x-1 ) + 2*x - 1;
}
```

Dire cosa restituisce l'invocazione di ric (10).

Le **funzioni RICORSIVE** sono come ... scatole cinesi o matrioske per poter calcolare l'area totale occupata dalle scatole colorate (immagine in basso) dopo averle estratte ed esposte tutte su un tavolo, si può procedere calcolando l'area della scatola più esterna, la "**madre**" (scatola **verde**) + l'area delle scatole del livello inferiore; ma l'area delle scatole del livello inferiore è uguale all'area della "**figlia**" della scatola **verde** (cioè la scatola **gialla**) + l'area di tutte le scatole contenute nella "figlia". Si procede in questo modo finché si arriva alla scatola più piccola (detta "**seme**") di cui si deve calcolare l'area.

Vanno quindi sommate tutte le aree: della madre - della figlia - della figlia della figlia -... - del seme ma per poterlo fare occorre aprire le scatole una dopo l'altra!



Il "seme" è la scatola **rossa** più interna,
 la "figlia" è la prima scatola **gialla** interna,
 la "madre" quella **verde** più esterna.

Altro esempio di funzione ricorsiva è il fattoriale di un numero intero positivo:

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$$

Il fattoriale può essere espresso anche in forma ricorsiva:

$$\begin{aligned} n! &= 1 && \text{se } n=1 \quad (\text{cioè } 1! = 1) \\ n! &= n(n-1)! && \text{se } n>1 \end{aligned}$$

Calcoliamo il fattoriale di 5, utilizzando la definizione ricorsiva:

$$\begin{aligned} \text{per } n=5 & \quad 5! = 5 \times 4! \\ \text{ma} & \quad 4! = 4 \times 3! \\ \text{e} & \quad 3! = 3 \times 2! \\ \text{e} & \quad 2! = 2 \times 1! \\ \text{ma} & \quad 1! = 1 \end{aligned} \quad \text{possiamo quindi fermarci perché sappiamo quanto vale } 1! \text{ (per definizione).}$$

$$\text{Quindi} \quad 5! = 5 \times (4 \times (3 \times (2 \times 1)))$$

$$\text{ovvero:} \quad 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

Nell'esempio OII, per semplicità vediamo quanto vale **ric(3)**

$$\text{ric}(3) \text{ restituisce } \text{ric}(2) + 2*3 - 1 \quad \text{ma } \text{ric}(2) \text{ restituisce } \text{ric}(1) + 2*2 - 1 \quad \text{e sostituendo:}$$

$$\text{ric}(3) \text{ restituisce } (\text{ric}(1) + 2*2 - 1) + 2*3 - 1 \quad \text{ma } \text{ric}(1) \text{ restituisce } 1 \quad \text{e sostituendo ancora:}$$

$$\text{ric}(3) \text{ restituisce } (1 + 2*2 - 1) + 2*3 - 1 = (1 + 3) + 5 = 9 \quad \text{quindi } \text{ric}(3) \text{ restituisce } 9$$