Dario Dottorini - ZiRconiuM

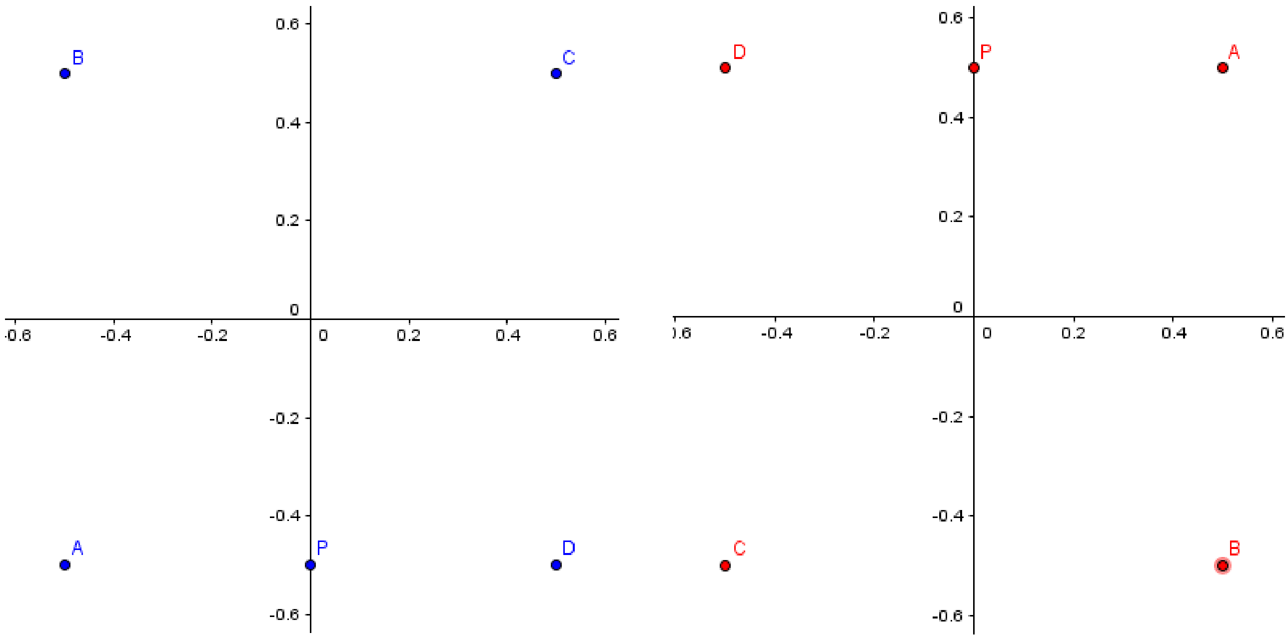
ANALISI FISICA E MATEMATICA SUGLI SPHERES

Dati noti sullo Spheres:

1. Massa: 4.15 Kg
2. Forza Massima applicabile dai truster: 0.046N (Newton).

Nella preselezione carburante e altri parametri non vengono contati
Gli spheres devono effettuare una traiettoria, nel minor tempo possibile,
Passando per i seguenti punti (Fig.1)

PUNTO	SPHERES BLU	SPHERES ROSSO
Partenza	0, -0.5, 0	0, 0.5, 0
A	-0.5, -0.5, 0	0.5, 0.5, 0
B	-0.5, 0.5, 0	0.5, -0.5, 0
C	0.5, 0.5, 0	-0.5, -0.5, 0
D	0.5, -0.5, 0	-0.5, 0.5, 0
Ritorno alla Partenza	0, -0.5, 0	0.5, 0.5, 0

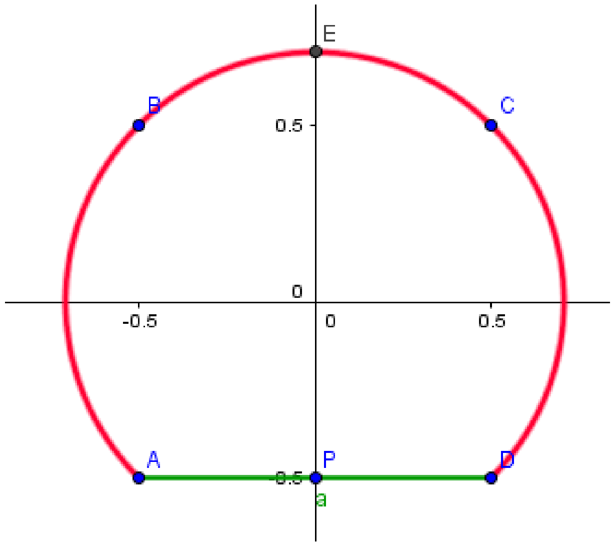


-Essendo entrambe le traiettorie in senso orario, e applicando lo stesso codice a entrambi gli spheres non c'è pericolo di collisione, in quanto i due spheres si troveranno in modo speculare fra di loro rispetto all'origine (se lo Spheres Blu è nel suo punto B, lo spheres rosso si troverà nel suo punto B ecc.)

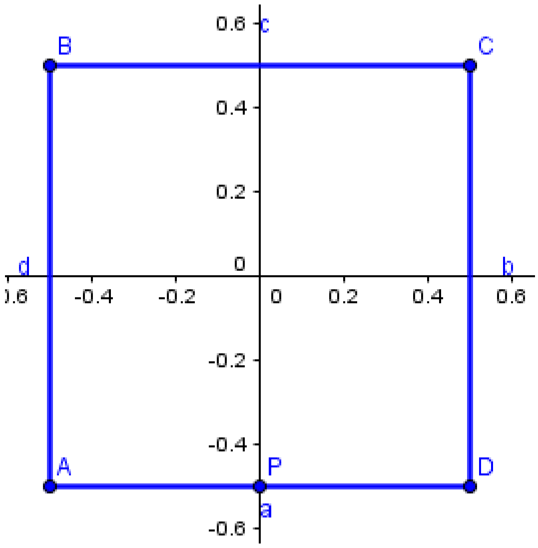
La traiettoria applicabile in questo sistema, può essere di due tipi:

- Traiettoria Quadrata
- Traiettoria Semi-Circolare (con un tratto rettilineo)

Esempio di traiettoria Semi-Circolare applicata allo Spheres Blu (Fig.1):



Esempio di traiettoria Quadrata applicata allo Spheres Blu (Fig.2):



- Per scegliere una delle due traiettorie, ovviamente utilizziamo il parametro del tempo minimo (percorrendo quale delle due traiettorie lo spheres impiega meno tempo?)

Innanzi tutto possiamo calcolare la differenza di spazio che lo spheres deve percorrere, fra le due traiettorie:

- Traiettoria Quadrata: Spazio da percorrere = **4m** (Metri)
- Traiettoria Semi-Circolare: Spazio da percorrere = $1 + \frac{3}{4} * 2 * Pi.Greco * r$

  Essendo il Raggio = 0.71m, otteniamo: $1 + \frac{3}{4} * 2 * Pi.Greco * 0.71m$ = **4.3441m**

Quindi la Traiettoria quadrata è lunga, rispetto alla traiettoria semi-circolare, solo il **7.9%** In meno!

Uno spazio in più che è ampiamente ripagato dal moto circolare (dove la velocità media è di molto superiore rispetto alla velocità media dell'altra traiettoria, e dove quindi il tempo risparmiato è di molto superiore del 7.9%!). Si veda la pagina 7.

Quindi, si può concludere che la Traiettoria Semi-Circolare (con un tratto rettilineo), è molto più conveniente, rispetto alla traiettoria quadrata.

- **Analisi della Traiettoria Semi-circolare con l'uso delle forze**

Per analizzare la traiettoria in modo efficace, la suddividiamo in 4 tratti principali:

1. Il tratto da P ad A
2. Il tratto da A ad E
3. Il tratto da E a D
4. Il tratto da D a P

- **Il tratto da P ad A**

Nel primo tratto (0.5 m) impostiamo il seguente moto (Rettilineo uniformemente accelerato):

per la prima metà del tratto (0.25 m) lo spheres dovrà accelerare con il massimo della forza applicabile (0.046 N) mentre per la seconda metà del tratto dovrà frenare sempre con il massimo della forza (0.046 N), quindi con verso opposto, fino a fermarsi nel punto A.

La velocità iniziale $V_0 = 0$

Quindi possiamo calcolare l'accelerazione dello spheres:

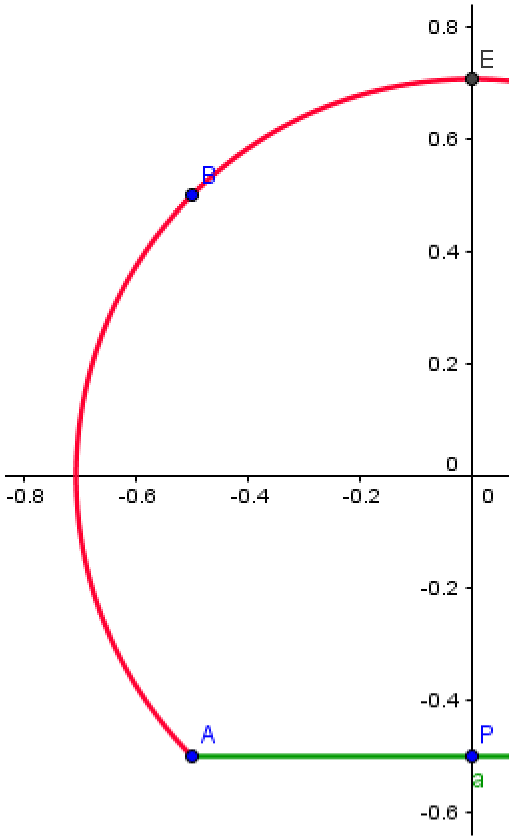
$F = m * a$ *da qui si ricava:* $a = \frac{F}{m} = \frac{0.046N}{4.15\ Kg} = 0.011\ m/s^2$

Per il secondo tratto avremo una decelerazione $a = -0.011\ m/s^2$

Da cui possiamo calcolare il tempo impiegato da **P ad A**:

$s = \frac{1}{2}a * t^2$ *quindi:* $t = 2 * \sqrt{\frac{2s}{a}} = \mathbf{13.48\ s}$

- **Il tratto da A a E**



NOTA: Dobbiamo mantenere lo Spheres orientato sempre con la stessa faccia verso l'origine degli assi; per farlo esistono delle funzioni apposite (tipo setAttitude).

Per far compiere allo Spheres questa traiettoria il più velocemente possibile, dobbiamo applicare due forze (oltre a quelle che vengono impiegate automaticamente per orientarlo):

1. Una forza F_1 che punta sempre verso il punto (0; 0), che dovrà contrastare la forza centrifuga F_C che si genera in modo tale che: $F_1 = F_C$
2. E una forza tangenziale alla circonferenza, in modo da far accelerare la velocità angolare dello spheres e quindi di fargli compiere la traiettoria nel minor tempo possibile.

Prima di tutto utilizziamo la seguente relazione:

$$F\ (N) = m(Kg) * r\ (m) * \ a\omega\ \left(\frac{rad}{sec^2}\right)$$

Da cui ricaviamo l'accelerazione angolare $a\omega = \frac{F}{m*r} = \frac{0{,}046N}{4{,}15Kg*0{,}71m} = 0{,}0156\ rad/sec^2$

Ora, sfruttando la seguente legge: $\alpha = \frac{1}{2} * a\omega * t^2$, e sapendo che l'angolo α è uguale a $\frac{3}{4}\pi$ possiamo calcolare il tempo che impiega a compiere il tratto analizzato:

$$t = \sqrt{\frac{2\alpha}{a\omega}} = 17{,}72\ sec$$

Ora, bisogna verificare che effettivamente questo moto sia fattibile.

Per farlo dobbiamo calcolare la forza centrifuga F_C massima (cioè quando la Velocità Angolare ω è massima) e cioè quella che viene esercitata nel punto di intersezione con l'asse delle Y.

E ovviamente deve risultare che la forza centrifuga massima dev'essere minore a 0,041N, altrimenti lo spheres non rimarrà nella traiettoria voluta.

Quindi calcoliamo prima di tutto la velocità angolare massima ω:

$$\omega = a\omega * t = 0{,}0156\frac{rad}{sec^2} * 17{,}72\,sec = 0{,}2658\frac{rad}{sec}$$

Da cui ricaviamo La forza centrifuga $F_C = m * \omega^2 * r = 4{,}15Kg * 0{,}0706(\frac{rad}{sec})^2 * 0{,}71m = 0{,}21N$ che, purtroppo, <u>è maggiore al limite massimo.</u>

Quindi, se acceleriamo per tutto il tratto (fino all'intersezione con l'asse Y) poi non riusciamo più ad annullare la forza centrifuga, andando fuori traiettoria.

Ciò premesso utilizziamo le seguenti procedure: fino a un certo punto facciamo accelerare lo Spheres, poi lo facciamo continuare a velocità costante per il restante del tratto, sfruttando l'inerzia e interrompendo la forza trainante tangenziale.

Calcoliamo fino a che punto accelerare, calcolandoci la velocità angolare massima, che genera la massima forza centrifuga ammissibile di 0,046N:

$$\omega_{max} = \sqrt{\frac{F_C}{m * r}} = \sqrt{\frac{0.046N}{4{,}15Kg * 0.71m}} = 0{,}12\,rad/sec$$

Ora, sapendo la velocità massima, e l'accelerazione angolare (che è costante), ci calcoliamo per quanto tempo dal punto A lo spheres deve accelerare:

$$t_{max} = \frac{\omega}{a\omega} = 7{,}69\,sec$$

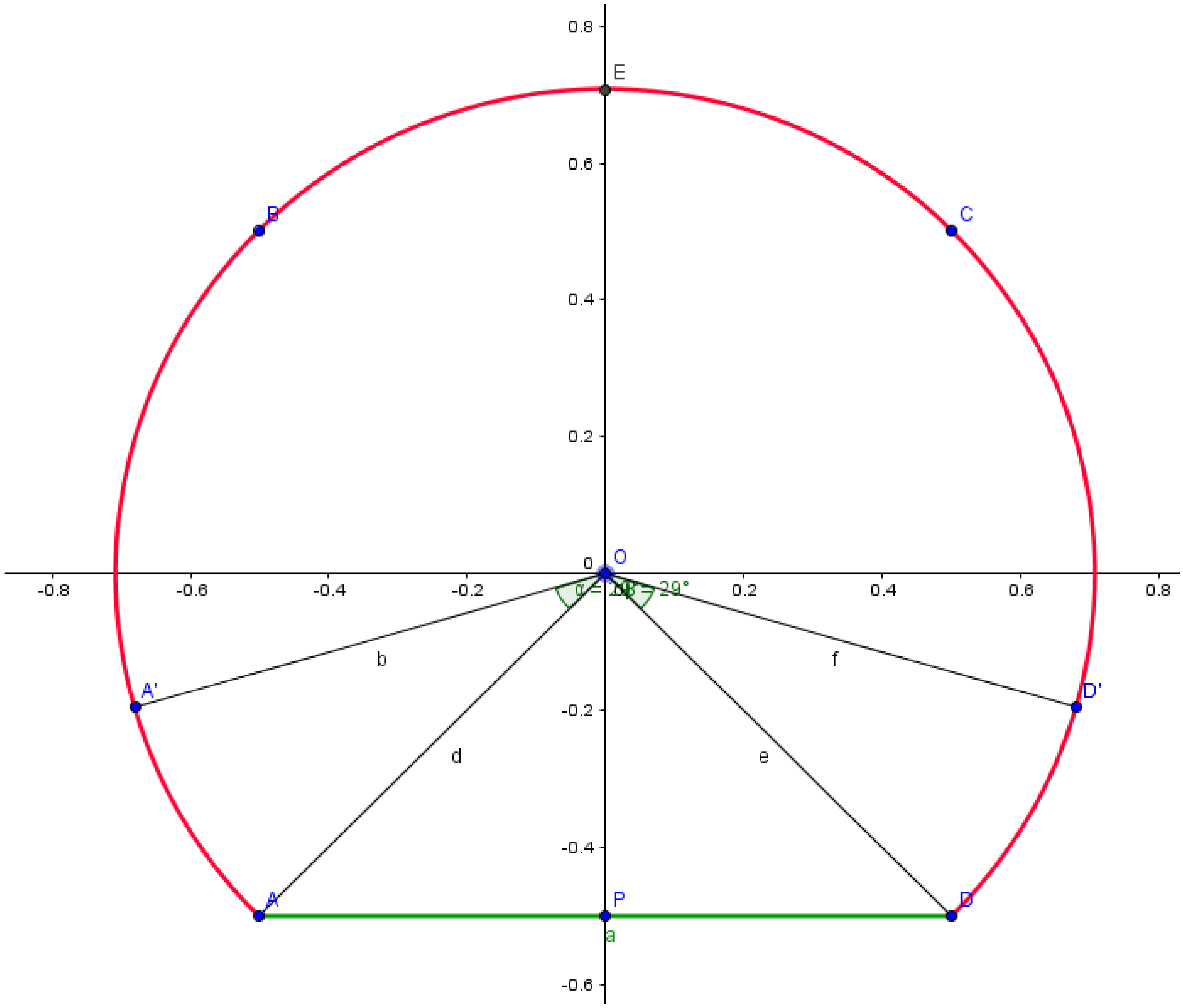
Possiamo anche calcolare quanto vale in termini di angolo (per quanto "spazio" dobbiamo accelerare):

$$\alpha = \frac{1}{2} * a\omega * t^2 = \frac{1}{2} * 0{,}0156\frac{rad}{sec^2} * 7{,}69^2 = 0{,}5\,rad$$

Riassumendo, per 0,5 radianti lo spheres accelera come descritto, poi per il restante spazio fino all'asse Y (quindi per 1,855 rad) lo spheres prosegue a velocità costante (ω_{max}) per:

$$t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{1{,}855\,rad}{0{,}12\,rad/sec} = 15{,}46\,sec$$

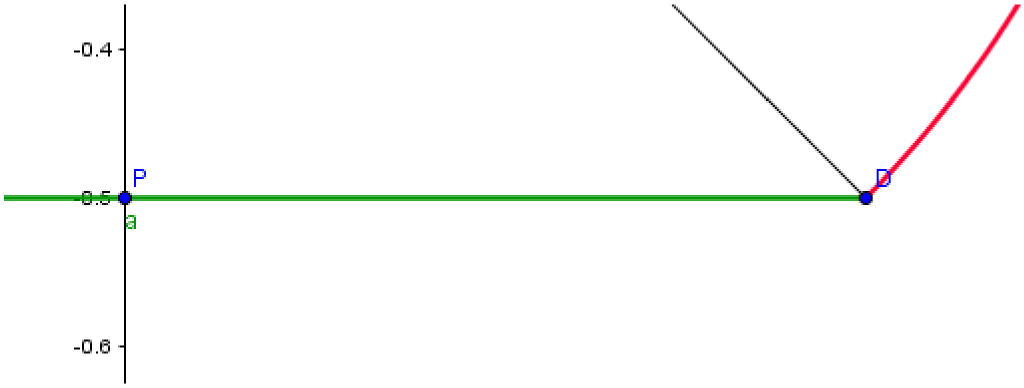
- **Considerazioni sul tratto dall'intersezione con l'asse Y ed il punto D e considerazioni generali**



Riassumendo:

1. Nel tratto compreso fra A ed A^I , lo spheres accelera, fino a raggiungere la massima velocità consentita.
2. Nel tratto da A primo fino a D^I, lo spheres prosegue a velocità costante.
3. Nel tratto da D^I a D lo spheres decelera, fino a raggiungere la velocità = 0 (circa), applicando le stesse forze, soltanto in verso opposto a quello usato nell'accelerazione.

- **L'ultimo tratto della traiettoria: da D ad A**



Secondo il regolamento, lo SPHERES non deve fermarsi al punto P,

ma deve solo attraversarlo, a qualsiasi velocità.

Quindi per risparmiare tempo lo facciamo accelerare per tutto il tratto. L'accelerazione è data sempre dalla relazione già usata.

$F = m * a$ *da qui si ricava:* $a = \frac{F}{m} = \frac{0.046N}{4.15\ Kg} = 0.011\ m/s^2$

Quindi ci possiamo calcolare il tempo impiegato da **D a P** (Lo spazio fra i due punti è di 0,5m):

$s = \frac{1}{2}a * t^2$ *quindi:* $t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{1m}{0{,}011\ m/s^2}} = \mathbf{9,53\ s}$

CALCOLO FINALE DEI TEMPI

$Tempo\ Totale = 13{,}48sec + 2 * (7{,}69 + 15{,}46)sec + 9{,}53sec = \mathbf{69sec}$ (circa)

Questa traiettoria, fattibile dal punto di vista fisico, richiede un tempo di **69 Secondi**.

Mentre invece la traiettoria quadrata, avrebbe richiesto un tempo pari a:

$$Tempo\ Totale\ (traiettoria\ quadrata) = 13{,}45sec + 3 * (19{,}1)sec + 9{,}53sec = \mathbf{80,31sec}$$

Si può concludere quindi che la traiettoria descritta precedentemente è molto più rapida rispetto alla traiettoria quadrata

- **SFERA ROSSA E MOTO TOTALE:**

Come spiegato all'inizio, lo Spheres Rosso effettuerà la stessa identica traiettoria dello Spheres Blu, con lo stesso andamento, quindi anche il codice sarà uguale per entrambi, così come il tempo di percorrenza totale (entrambi gli Spheres impiegheranno 69 secondi, per completare la traiettoria)