



Olimpiadi Italiane di Informatica 2020 – 2021

Selezione Scolastica – 23 febbraio 2021

Atleta	Romeo Er meglio der colosseo
Codice Univoco	persero-scacchi-sparta-poteva-portava

- Nelle pagine seguenti troverai solo esercizi *a risposta numerica*, ovvero domande in cui è richiesto di calcolare un certo risultato numerico, intero maggiore o uguale a zero, che dovrai scrivere direttamente nel campo di testo apposito.
- Le risposte devono essere inviate tramite [questo Google Form](#). Una volta aperto il link, controlla che il campo “Codice Univoco” sia correttamente compilato con il tuo codice univoco: se così non fosse, scrivilo tu, facendo attenzione a copiarlo correttamente.

Se il link non dovesse funzionare correttamente, ce n'è un altro a piè di pagina.¹

- Il Google Form **verrà chiuso alle ore 17:30 in punto**, quindi hai circa 90 minuti a tua disposizione. È possibile inviare il form più di una volta: **verrà considerato solo l'ultimo invio**. Considera che una volta cliccato “Invia” è ancora possibile modificare la risposta cliccando sul link “*Modifica la risposta*”. Puoi modificare le tue risposte quante volte vuoi: **ti consigliamo vivamente di salvare spesso** le tue risposte, senza aspettare di aver finito tutte le domande. In questo modo non correrai il rischio che un problema di connessione a fine gara ti impedisca di venire valutato.

Nota bene: Fai attenzione a non chiudere la pagina del Google Form, perché altrimenti potresti perdere l'accesso alle tue risposte precedenti. In ogni caso **ti consigliamo vivamente di scrivere le tue risposte su un foglio di carta**, in modo da poterle reinserire velocemente nel form in caso di necessità.

- La prova consiste di **5 esercizi a carattere logico matematico**, **7 esercizi di programmazione** e **8 esercizi a carattere algoritmico**. Il tempo a disposizione per la prova è piuttosto limitato, per cui ti suggeriamo di non fermarti a lungo su un esercizio se non riesci a trovarne la soluzione, ed eventualmente riprenderlo in esame quando avrai terminato di rispondere a tutti gli esercizi successivi.
- Ad ogni esercizio è associato un punteggio di 2 o 3 punti, correlato al livello di difficoltà. Il punteggio è indicato all'inizio dell'esercizio. Per ogni risposta esatta viene assegnato il punteggio corrispondente; mentre per ogni risposta sbagliata o mancante vengono assegnati **0** punti.

¹<https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSczm1x6rkFH19JiAd1o0wF8TjPydUJWt55L1nL0fQED7uZu/viewform?entry.537375987=persero-scacchi-sparta-poteva-portava>

Esercizio #4: la risposta corretta vale 3 punti

Siano P, Q, R tre variabili booleane, ossia variabili che possono assumere solo uno dei due valori 1 (VERO) e 0 (FALSO). Ricordiamo che gli operatori booleani sono:

1. **not** A, che si indica con $\neg A$, vale VERO se A è FALSO, e FALSO se A è VERO;
2. A **and** B, che si indica con $A \wedge B$, vale VERO se sia A sia B sono VERO, e FALSO in tutti gli altri casi;
3. A **or** B, che si indica con $A \vee B$, vale FALSO se sia A sia B sono FALSO, e VERO in tutti gli altri casi.
In assenza di parentesi l'ordine di valutazione degli operatori è quello sopra riportato (prima il not, poi l'and, infine l'or).

Si consideri la seguente tabella di verità per le due variabili booleane P e Q e l'espressione logica $\neg P \vee Q$:

P	Q	$\neg P \vee Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

La tabella di verità fornisce, in funzione dei valori di P e Q, i valori di verità dell'espressione logica, che possiamo rappresentare con una unica stringa di quattro caratteri zero o uno, in questo caso 1101 (leggendo dall'alto al basso i quattro valori di verità dell'espressione).

Considerate la seguente tabella di verità corrispondente all'espressione logica $\neg P \vee (R \wedge (\neg Q))$.

P	Q	R	$\neg P \vee (R \wedge (\neg Q))$
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Quale è la stringa, di otto caratteri zero o uno, che rappresenta l'espressione logica di questa tabella di verità (sempre leggendo dall'alto al basso)?

Esercizio #5: la risposta corretta vale 3 punti

Ad una festa sono stati invitati diversi amici, si sa che a 10 di questi piacciono i treni, a 10 piacciono le macchine da corsa e a 10 gli aerei. Ogni amico può avere anche più di una passione!

Si sa inoltre:

- solo uno ha la passione per tutti 3 i mezzi
- a 7 amici piacciono i treni ma non gli aerei
- a 5 amici piacciono solo le macchine
- a 8 amici piacciono gli aerei ma non le macchine

Quanti sono gli amici in tutto?

Esercizi di programmazione

Esercizio #6: la risposta corretta vale 2 punti

Dato il seguente programma:

```
1: variable i: integer
2: variable v: integer[]
3: variable w: integer[]
4: v ← [4, 2, 6, 3, 5, 8, 9, 0, 7, 1]
5: w ← [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
6: i ← 0
7: while i < 10 do
8:   w[v[i]] ← i
9:   i ← i + 1
10: end while
11: i ← 0
12: while i < 10 do
13:   output w[i]
14:   i ← i + 1
15: end while
```

Qual è il valore dell'ultimo intero che viene stampato durante l'esecuzione di questo programma?

Esercizio #7: la risposta corretta vale 2 punti

Data la seguente funzione:

```
1: function F(x: integer) → integer
2:   variable i: integer
3:   i ← 0
4:   while x > 0 do
5:     if x MOD 2 = 0 then
6:       x ← x / 2
7:     else
8:       x ← x - 1
9:     end if
10:    i ← i + 1
11:  end while
12:  return i
13: end function
```

Qual è il valore minimo da passare ad F perché questa ritorni 5?

***Esercizio #8:** la risposta corretta vale 2 punti*

Dato il seguente programma:

```
1: variable i: integer
2: variable s: integer
3: variable t: integer
4: i ← 0
5: s ← 1
6: t ← 0
7: while i < 9 do
8:   i ← i + 1
9:   s ← s × 2
10:  t ← t + s + i
11: end while
12: output t
```

Cosa viene stampato al termine dell'esecuzione?

Esercizio #9: la risposta corretta vale 3 punti

Dato il seguente programma:

```
1: variable m: integer[] [] []
2: variable v: integer[]
3: variable i: integer
4: variable j: integer
5: variable k: integer
6: variable t: integer
7: v ← [4, 13, 14, 25, 72]
8: i ← 0
9: while i < 100 do
10:   j ← 0
11:   while j < 100 do
12:     k ← 0
13:     while k < 100 do
14:       if i × j = k then
15:         m[i][j][k] ← 1
16:       else
17:         m[i][j][k] ← 0
18:       end if
19:       k ← k + 1
20:     end while
21:     j ← j + 1
22:   end while
23:   i ← i + 1
24: end while
25: k ← 0
26: while k < 5 do
27:   t ← 0
28:   i ← 0
29:   while i < 100 do
30:     j ← 0
31:     while j < 100 do
32:       t ← t + m[i][j][v[k]]
33:       j ← j + 1
34:     end while
35:     i ← i + 1
36:   end while
37:   k ← k + 1
38:   output t
39: end while
```

Qual è il **terzo** valore che viene stampato dal programma durante la sua esecuzione?

Esercizio #10: la risposta corretta vale 3 punti

Date le seguenti funzioni:

```
1: function F(x: integer) → integer
2:   if x MOD 2 = 0 then
3:     return 0
4:   else
5:     return 1 + F((x - 1) / 2)
6:   end if
7: end function
8: function G(x: integer) → integer
9:   if x > 250 or x ≤ 0 then
10:    return 0
11:  else
12:    return MAX(F(x), G(x / 2))
13:  end if
14: end function
```

Tenendo conto che la divisione restituisce un risultato intero (quindi, ad esempio, sia $4/2$ che $5/2$ restituiscono 2), qual è il massimo x tale per cui $G(x) = 1$?

Esercizio #11: la risposta corretta vale 3 punti

Dato il seguente programma:

```
1: function F(h: integer, i: integer) → integer
2:   if i = 0 or i = h - 1 then
3:     return 1
4:   end if
5:   if i < 0 or i ≥ h then
6:     return 0
7:   end if
8:   return F(h - 1, i - 1) + F(h - 1, i)
9: end function
10: variable i: integer
11: i ← 0
12: while i < 4 do
13:   output F(4, i)
14:   i ← i + 1
15: end while
```

Qual è l'ultimo valore che viene stampato dal programma?

Esercizio #12: la risposta corretta vale 3 punti

Il seguente programma cerca, all'interno di un array v di n interi, il sottoarray (contiguo) che può essere partizionato in due sottoarray non vuoti tale per cui la somma della prima parte, meno la somma della seconda parte è massima. Il programma usa la costante `Infinity`, che è più grande di ogni numero intero (`integer`).

```
1: variable i: integer
2: variable j: integer
3: variable k: integer
4: variable l: integer
5: variable s1: integer
6: variable s2: integer
7: variable x: integer
8:  $x \leftarrow -\text{Infinity}$ 
9:  $i \leftarrow 0$ 
10: while  $i < n - 1$  do
11:    $j \leftarrow i + 1$ 
12:   while  $j < n$  do
13:      $k \leftarrow i + 1$ 
14:     while  $k < j$  do
15:        $s1 \leftarrow 0$ 
16:        $s2 \leftarrow 0$ 
17:        $l \leftarrow i$ 
18:       while  $l < k$  do
19:          $s1 \leftarrow s1 + v[l]$ 
20:          $l \leftarrow l + 1$ 
21:       end while
22:       while  $l \leq j$  do
23:          $s2 \leftarrow s2 + v[l]$ 
24:          $l \leftarrow l + 1$ 
25:       end while
26:       if  $s1 - s2 > x$  then
27:          $x \leftarrow s1 - s2$ 
28:       end if
29:        $k \leftarrow k + 1$ 
30:     end while
31:      $j \leftarrow j + 1$ 
32:   end while
33:    $i \leftarrow i + 1$ 
34: end while
35: output  $x$ 
```

Tuttavia è presente un errore, in quale riga?

Esercizi di carattere algoritmico

Esercizio #13: la risposta corretta vale 2 punti

Quando il Dr. Bruce Banner si trasforma nell'incredibile Hulk, acquista sempre più forza ad ogni minuto che passa.

Al tempo $t = 0$ riesce a saltare un solo metro, al tempo $t = 1$ minuto ne salta due, al tempo $t = 2$ minuti ne salta quattro e così via: in generale, al tempo $t \geq 0$ minuti riesce a saltare 2^t metri.

Tuttavia l'incredibile Hulk può saltare sempre e solo nella stessa direzione: dunque ad ogni istante t può decidere se saltare in avanti alla distanza permessagli in quel momento oppure stare fermo e aspettare che la distanza permessagli aumenti, in modo da percorrere una certa distanza $D > 0$, espressa in metri, effettuando il minor numero possibile di salti.

Per esempio, per $D = 9$, Hulk salta **due** volte (effettua un salto da 1 metro a $t = 0$ e uno da 8 metri a $t = 3$ minuti); per $D = 7$, Hulk salta **tre** volte (un salto da 1 metro a $t = 0$, uno da 2 metri a $t = 1$ minuto e uno da 4 metri a $t = 2$ minuti); per $D = 16$, Hulk effettua **un solo** salto da 16 metri a $t = 4$ minuti.

Sapete che, nel suo ultimo spostamento, Hulk ha fatto in totale 3 salti, di cui l'ultimo al tempo $t = 5$ minuti. Qual è la distanza **minima** percorsa da Hulk nel suo ultimo spostamento?

Esercizio #14: la risposta corretta vale 2 punti

Quattro gondole A, B, C e D sono ormeggiate sulla riva sinistra di un canale. Un gondoliere deve portare le quattro gondole sulla riva destra.

Essendo di differente grandezza, le gondole impiegano tempi diversi per attraversare il canale: la gondola A impiega 2 minuti, la gondola B 4 minuti, la gondola C 9 minuti e la gondola D 13 minuti.

Il gondoliere può condurre una sola gondola alla volta, ma può agganciare alla gondola su cui si trova una seconda gondola e trainarla, impiegando in questo caso il tempo di quella più lenta.

Qual è il tempo minimo necessario al gondoliere per trasferire le 4 gondole da una riva all'altra?

Esercizio #15: la risposta corretta vale 2 punti

Poldo è un famoso mangiatore di panini. Il dottore ha provato a prescrivergli varie diete per convincerlo a mangiare meno, ma Poldo trova sempre dei modi ingegnosi per aggirare le regole e mangiare quanti più panini possibile.

Per questo motivo il dottore ha prescritto a Poldo una nuova dieta: potrà infatti mangiare esattamente K panini, a patto che l'**impatto calorico** sia il minimo possibile.

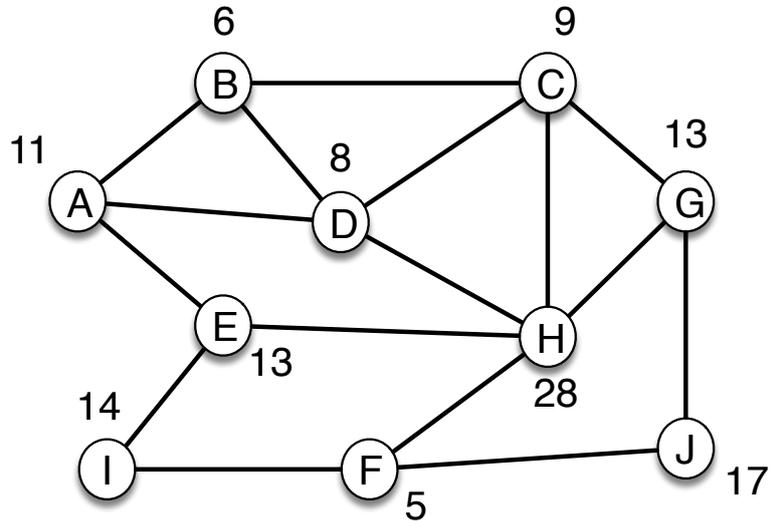
Definiamo **impatto calorico** la differenza di peso (in grammi) tra il panino più pesante mangiato e quello più leggero.

Oggi Poldo può mangiare esattamente $K = 3$ panini. Aiutalo a trovare il minimo impatto calorico possibile, sapendo che i panini disponibili hanno i seguenti pesi (in grammi):

48, 24, 29, 17, 21, 33, 35, 44, 41

Esercizio #18: la risposta corretta vale 3 punti

In una zona di montagna, abbastanza isolata, sta per arrivare finalmente una connessione internet di qualità, basata sul 5G. Nella mappa qui sotto vedete le case di un piccolo comprensorio; esiste una connessione di rete tra alcune coppie di case, come mostrato nella mappa qui sotto.



Gli abitanti del comprensorio, per massimizzare la velocità, decidono che alcune case si doteranno di una antenna 5G in maniera da rispettare la seguente regola: **ogni casa deve avere l'antenna 5G oppure deve essere collegata direttamente a una casa con l'antenna 5G**. Nota bene: due case collegate tra di loro possono, se conveniente, montare entrambe l'antenna 5G; la cosa importante, come detto in precedenza, è che se una casa non è dotata di antenna allora deve essere obbligatoriamente collegata a una con l'antenna.

A seconda delle case, il costo per installare l'antenna è diverso. Per esempio, come mostrato in figura, il costo per installare l'antenna nella casa A è pari a 11.

Aiuta gli abitanti del comprensorio a decidere dove costruire le antenne, in maniera da rispettare la regola descritta e da minimizzare la spesa complessiva, ovvero la somma dei costi delle antenne. Qual è il valore della spesa minima complessiva?

Esercizio #19: la risposta corretta vale 2 punti

Il pirata Barbagialla trova un'antica mappa che spiega come raggiungere un favoloso tesoro. La mappa ha la forma di una matrice di celle; le celle possono essere vuote, contenere ostacoli che impediscono a Barbagialla di attraversarle, oppure premi (costituiti da un certo numero di ghinee d'oro); una cella contiene il tesoro.

8	4			■		■		🏆
7		6	5			21		■
6		■		■		■	33	
5		4			■			
4		■		■	■	10	■	
3		■	3					3
2		2		8	■		11	
1	👤	■				14		
	1	2	3	4	5	6	7	8

Con riferimento alla figura, il pirata Barbagialla (la sagoma umana) si trova nella cella individuata dalle coordinate (1,1). Il tesoro, rappresentato da una coppa, è nella cella (8,8); il campo contiene ostacoli, individuati da quadrati neri posti in 13 celle. Nove celle contengono dei premi: ad esempio 8 ghinee d'oro nella cella di coordinate (4,2) e 10 nella cella (6,4). Barbagialla però può spostarsi solo di una cella verso destra o verso l'alto, cioè ad ogni passo solo una delle sue coordinate può aumentare di una unità.

Esistono diversi percorsi disponibili per Barbagialla per raggiungere il tesoro; siano, rispettivamente, MAX il numero massimo e MIN il numero minimo di ghinee d'oro che Barbagialla potrà raccogliere percorrendo questi percorsi.

Quanto vale MAX+MIN?

Esercizio #20: la risposta corretta vale 3 punti

Consideriamo il seguente algoritmo, che prende in ingresso un intero positivo N :

1. Se N vale 1, l'algoritmo termina.
2. Se N è pari, dividi N per 2, altrimenti (se N è dispari) moltiplicalo per 3 e aggiungi 1.

Per esempio, applicato al valore $N = 6$, l'algoritmo produce la seguente sequenza (di lunghezza 9, contando anche il valore iniziale $N = 6$ e il valore finale 1): 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1.

La congettura di Collatz, chiamata anche congettura $3N + 1$, afferma che l'algoritmo qui sopra termina sempre per qualsiasi valore N ; in altre parole, se prendo un qualsiasi numero intero maggiore di 1, applicare la regola numero 2 conduce sempre al numero 1.

Considerando i numeri compresi tra 32 e 36 (estremi inclusi), qual è il valore **minimo** della lunghezza LUN della sequenza (calcolata usando l'algoritmo descritto qui sopra)?

Soluzioni

Domanda	Soluzione
1	52
2	10
3	233
4	11110100
5	22
6	6
7	7
8	1067
9	4
10	170
11	1
12	14
13	35
14	27
15	6
16	37
17	162
18	25
19	83
20	6